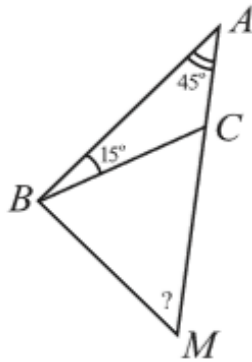


OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS – 2019
GARAT KOMUNALE
KLASA IX

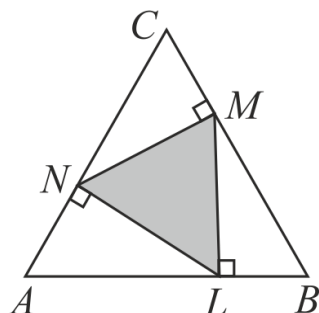
1. Le të jetë a numri i dhjetëshve dhe b numri i njishëve të numrit natyror dyshifror n . Gjeni të gjithë numrat dyshifrorë n ashtu që $n = a + b + a \cdot b$.
2. Të zgjidhet jobarazimi në numra realë: $\frac{2019}{1 - |x - 1|} \leq 1$.
3. Është dhënë trekëndëshi ABC ashtu që $\sphericalangle CBA = 15^\circ$ dhe $\sphericalangle CAB = 45^\circ$. Brinja AC është zgjatur deri te pika M ashtu që $CM = 2AC$ (shih figurën). Sa është vlera $\sphericalangle AMB$?



4. Numri natyror \overline{abcd} i ka katër shifra të ndryshme ashtu që shifra e fundit plotpjesëtohet me shifrën e parë. Sa numra 4- shifrorë e kanë këtë veti?

OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS – 2019
GARAT KOMUNALE
KLASA X

1. Të zgjidhet jobarazimi në numra realë: $\frac{x+1}{|2x-1|-x} \leq 1$.
2. Tregoni që numri gjashtëshifror \overline{ababab} (ku $a \neq 0$) plotpjesëtohet me numrat 3, 7, 13, 37.
3. Pikat N, M , dhe L gjenden në brinjët e trekëndëshit barabrinjës ABC , ashtu që $NM \perp BC, ML \perp AB$ dhe $LN \perp AC$, siç tregohet në figurë. Syprina e sipërfaqës së trekëndëshit ABC është 2019cm^2 . Sa është syprina e sipërfaqës së trekëndëshit LMN ?



4. A ekziston numri natyror i cili për shifra ka vetëm numrat 0, 2 dhe plotpjesëtohet me 2019?

OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS – 2019
GARAT KOMUNALE
KLASA XI

1. Të faktorizohet shprehja $x^7 + x^5 + 1$.
2. Tregoni që për çdo n numër natyror $3^n + 2n - 1$ plotpjesëtohet me 4.
3. Në një sallë janë të vendosura 132 karrige në një rresht. 100 mysafirë ulen në këto karrige. Tregoni që ekzistojnë të paktën 4 mysafirë të ulur pranë njëri-tjetrit.
4. Prej të gjithë kuboidave me diagonale të njëjtë gjeni kuboidin me vëllimin më të madh.

OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS – 2019
GARAT KOMUNALE
KLASA XII

1. Në trekëndëshin barakrahësh ABC ($AB = BC$) pikat K dhe L janë caktuar në brinjët AB dhe BC , përkatësisht ashtu që $AK = KL = LB$ dhe $KB = AC$. Sa është madhësia e këndit ABC ?
2. Nëse a, b, c janë numra realë të ndryshëm ndërmjet veti të tillë që $a + b + c = 0$, atëherë tregoni që vlen:
$$\frac{a^2}{bc + 2a^2} + \frac{b^2}{ca + 2b^2} + \frac{c^2}{ab + 2c^2} = 1.$$
3. A është e mundur që t'i vendosim numrat $1, 2, 3, \dots, 25$ në tabelën 5×5 ashtu që shumatat e çdo rreshti dhe shtylle të kenë mbetje të ndryshme ndërmjet veti kur pjesëtohen me 10.
4. Gjeni të gjithë numrat natyrorë n ashtu që $n! + 223$ është kub i një numri natyror.