

## OMK 2019 - KLASA E 10-TË

*Koha në dispozicion: 240 minuta. Çdo detyrë vlerësohet me 8 pikë.*

*Ju lutemi që të shkruani vetëm në njërën faqe të fletës. Suksese!*

**Detyra 1.** Gjeni tri shifrat e fundit të numrit  $\frac{2019!}{2^{1009}}$ .

**Detyra 2.** Tregoni se për çfarëdo numra realë pozitivë  $a, b, c$  vlen mosbarazia:

$$4(a^3 + b^3 + c^3 + 3) \geq 3(a + 1)(b + 1)(c + 1)$$

Kur arrihet barazimi?

**Detyra 3.** Doktori ka udhëzuar pacientin që të merr 48 tableta gjatë 30 ditëve, ashtu që pacienti të merr së paku 1 tabletë në ditë dhe jo më shumë se 6 tableta në ditë. Tregoni se pa marrë parasysh se si vepron pacienti, do të ekzistojë numri i ditëve të njëpasnjëshme në të cilat numri i përgjithshëm i tabletave që do të merr pacienti do të jetë 11.

**Detyra 4.** Të caktohen të gjithë numrat realë  $x, y, z$  ashtu që të vlejné barazimet:

$$\begin{cases} \sqrt{x^3 - y} = z - 1 \\ \sqrt{y^3 - z} = x - 1 \\ \sqrt{z^3 - x} = y - 1 \end{cases}$$

**Detyra 5.** Le të jetë  $ABCDE$  pesëkëndësh i rregullt. Le të jetë  $F$  pikëprerja e segmentit  $AC$  me  $BD$ . Le të jetë  $G$  pikë në segmentin  $AD$  ashtu që  $2AD = 3AG$ . Le të jetë  $H$  mesi i brinjës  $DE$ . Tregoni që pikat  $F, G, H$  janë kolineare.