Kodi: ___________________

OMK 2019 - KLASA E 11-TË

Koha në dispozicion: 240 minuta. Çdo detyrë vlerësohet me 8 pikë.

Ju lutemi që të shkruani vetëm në njërën faqe të fletës. Suksese!

Detyra 1. Le të jenë a, b numra realë më të mëdhenj se 4. Tregoni që të paktën njëri nga trinomet kuadratike $x^2 + ax + b$ ose $x^2 + bx + a$ i ka dy zgjidhje reale të ndryshme.

Detyra 2. Gjeni të gjithë numrat natyrorë n ashtu që $6^n + 1$ kur shënohet në formën decimale i ka të gjitha shifrat e njëjta.

Detyra 3. Le të jetë ABC trekëndësh ashtu që $\angle CAB = 60°$. Le të jetë I qendra e rrethit të brendashkruar të trekëndëshit ABC. Le të jenë D dhe E pika në brinjët AC dhe AB, përkatësisht, ashtu që BD dhe CE janë simetrale (përgjysmore) të këndeve $\angle ABC$ dhe $\angle BCA$, përkatësisht. Tregoni që $ID = IE$.

Detyra 4. Gjeni të gjitha funksionet $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ashtu që: $f\big(xy + f(x)\big) = xf(y)$

për çdo $x, y \in \mathbb{R}$.

Detyra 5. Janë dhënë pikat me koordinata numra natyrorë (m, n) ashtu që $1 \leq m, n \leq 4$. Dy nxënës, Agoni dhe Beni, luajnë këtë lojë: Së pari Agoni njërën nga pikat e ngjyros me të kuqe, pastaj ia kalon radhën Benit i cili njërën nga pikat e mbetura e ngjyros me të verdhë, pastaj këtë proces e përsëritin disa herë me radhë njëri pas tjetrit. Lojën e fiton ai i cili arrin i pari të formojë një drejtkëndësh me brinjë me gjatësi numra natyrorë, kulmet e të cilave e kanë ngjyrën e njëjtë, në të kundërtën loja përfundon pa fitues. A ekziston strategjia për ndonjërin nxënës në mënyrë që të fitojë lojën?

Prishtinë, më 02 mars 2019