

Kosovo and Albania  
Mathematical Olympiad



# OLIMPIADA E KATËRT MATEMATIKE KOSOVË - SHQIPËRI PËR KLASAT VII - IX

18-20 KORRIK 2023

KLASA IX

EMRI DHE MBIEMRI: \_\_\_\_\_

## UDHËZIME

1. Koha në dispozicion është **180 minuta**.
2. 8 problemet e pjesës së parë do të jenë vetëm me përgjigje (jo me alternativa dhe nuk kërkohet procesi i zgjidhjeve) dhe secili problem vlerësohet me 5 pikë.
3. Nëse garuesi nuk përgjigjet fare në ndonjërin nga 8 problemet e pjesës së parë ose jep përgjigje të gabuar, atëherë vlerësohet me 0 pikë për problemin përkatës.
4. Për 8 problemet e pjesës së parë nuk ka vlerësim të pjesshëm.
5. Për 4 problemet e pjesës së dytë kërkohet të arsyetohet procesi i zgjidhjeve deri në hollësi dhe secili problem vlerësohet me më së shumti 15 pikë.
6. Për 4 problemet e pjesës së dytë do të ketë vlerësim të pjesshëm sipas skemave të miratuara nga komisioni vlerësues.

## PJESA E PARË - KLASA IX

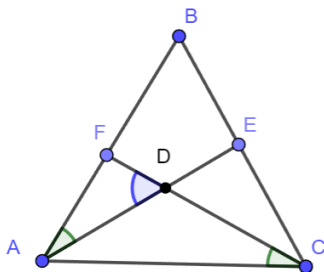
1. Dua në ditëlindjen e saj ftoi disa shokë. Dua harroi të përqafojë Asjen, ndërsa u përqaftua me të gjithë shokët e tjerë dhe të gjithë shokët e Duas u përqaftuan me njëri-tjetrin. Sa shokë i ftoi Dua në ditëlindje nëse gjithsej ishin 35 përqaftime?

Përgjigja: \_\_\_\_\_

2. Numri  $2023 = 7 \cdot 17^2$  shprehet si prodhim i një numri të thjeshtë njëshifror dhe katrorit të një numri të thjeshtë dyshifrorë me shifrën e njëshëve të njëjtë me faktorin e thjeshtë njëshifror. Sa numra të tillë katërshifrorë janë gjithsej?

Përgjigja: \_\_\_\_\_

3. Le të jetë  $ABC$  trekëndësh barabrinjës i tillë që  $\angle DAF = \angle DCA$ . Sa është masa e këndit  $\angle FDA$ ?



Përgjigja: \_\_\_\_\_

4. Gjeni vlerën numerike të shprehjes  $2023^2 - (1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 4045)$ .

Përgjigja: \_\_\_\_\_

5. Le të jetë  $a$  numër i plotë. Sa vlera të plota të  $a$  janë të tilla që  $\frac{a+2023}{a+22}$  të jetë numër i plotë?

Përgjigja: \_\_\_\_\_

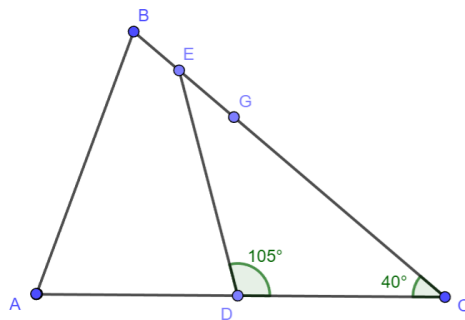
6. Në një turnir basketbolli morën pjesë disa ekipe. Çdo ekip luajti me secilin ekip saktësisht një lojë. Për çdo lojë ekipi fitues merr 2 pikë kurse ekipi humbës merr 1 pikë. Në fund të turnirit shuma e pikëve të të gjithë ekipeve ishte e barabartë me 84. Sa ekipe morën pjesë në turnir?

Përgjigja: \_\_\_\_\_

7. Le të jetë  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  i tillë që të vlejnjë  $f(x + y) \geq f(x) + f(y) + xy$  dhe  $2f(x) \geq x^2 + 2023x$ , për çdo  $x, y$  numra realë. Sa është vlera e  $f(1)$ ?

Përgjigja: \_\_\_\_\_

8. Le të jetë  $ABC$  trekëndësh i tillë që  $AC = 8\text{cm}$  dhe  $CG = AB$ . Le të jenë  $D, E$  meset e  $AC, BG$ , përkatësisht. Sa është gjatësia e segmentit  $BC$ ?



Përgjigja: \_\_\_\_\_

## PJESA E DYTË - KLASA IX

1. Le të jenë  $a, b, c$  numra realë pozitivë të tillë që  $a + b + c = 3$ . Tregoni se vlen

$$\frac{a^4}{bc} + \frac{b^4}{ca} + \frac{c^4}{ab} \geq 3.$$

Kur arrihet barazimi?

2. Në lojën me numra dy lojtarë zgjedhin radhazi numra nga 1 deri në 10 (secili numër mund të përdoret vetëm një herë). Lojën e fillon njëri lojtar, duke zgjedhur një numër e pasaj lojtari tjetër e zgjedhë një numër nga numrat e mbetur. Fitues është lojtari i cili, në një radhë, arrin t'i ketë tre numra që shuma e tyre është 15. A ekziston strategjia për ndonjërin lojtar që ta fitojë lojën?
3. Gjeni të gjithë numrat natyrorë  $m, n$  në mënyrë që  $2^m + 3^n + 4$  të jetë katror i plotë.
4. Le të jetë  $ABCD$  një romb i tillë që  $\angle BCD < \angle ABC < 120^\circ$ . Le të jetë  $F$  një pikë në gjysmëdrejtëzën  $AB$  me renditje  $A - B - F$  dhe  $\angle FDB = 30^\circ$ . Le të jetë  $E$  një pikë në  $DF$  e tillë që  $BE = BA$ , ku  $A$  dhe  $E$  janë në anë të kundërta ndaj  $BC$ . Tregoni se  $A, F$ , mesi i  $DE$  dhe mesi i  $DB$  i takojnë një rrethi.