



Shoqata e Matematikanëve të Kosovës
Kosovar Mathematical Society

OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS 2026

IMO TST, DITA 1

14 MARS 2026

1. Numrat natyrorë $a_1, a_2, \dots, a_{19}$ janë vendosur në një rreth në këtë renditje sipas drejtimit të akrepave të orës, në mënyrë të tillë që bashkësitë

$$\{a_1, a_2\}, \{a_2, a_3\}, \dots, \{a_{18}, a_{19}\}, \{a_{19}, a_1\}$$

janë të ndryshme mes vete. Të paktën sa numra të ndryshëm janë vendosur në rreth?

Shënim. Bashkësia $\{x, x\}$ është bashkësia një-elementëshe $\{x\}$.

2. Është dhënë trekëndëshi këndngushtë brinjëndryshëm $\triangle ABC$ dhe pika D në brinjën AB . Le të jetë E pikë në brinjën AC , e tillë që drejtëzat DE dhe BC janë paralele. Supozojmë që ekzistojnë pikat R dhe S në brinjën BC ashtu që $\angle BRD = \frac{1}{2}\angle BAC = \angle CSE$. Le të jetë ω_1 rrethi që kalon nëpër pikat B, D, R dhe ω_2 rrethi që kalon nëpër pikat C, S, E . Supozojmë që rrathët ω_1 dhe ω_2 priten në dy pika të ndryshme P dhe Q .

Tregoni që kur pika D lëviz nëpër brinjën AB duke u plotësuar kushtet e mësipërme, atëherë rrethi i jashtëshkruar i trekëndëshit $\triangle APQ$ kalon nëpër një pikë fikse të ndryshme nga A .

3. Gjeni të gjithë polinomet $Q(x)$ me koeficientë numra të plotë për të cilët ekziston ndonjë numër i plotë $\ell \neq 0$ i tillë që për çdo numër të thjeshtë p kemi

$$p \mid Q(1)Q(2) \cdots Q(p-1) + \ell.$$



Shoqata e Matematikanëve të Kosovës
Kosovar Mathematical Society

OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS 2026

IMO TST, DITA 2

15 MARS 2026

4. Le të jetë $\mathbb{N}$ bashkësia e numrave natyrorë dhe $\mathbb{R}^+$ bashkësia e numrave realë pozitivë. Gjeni të gjithë funksionet $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ të tillë që vlejnë kushtet vijuese njëkohësisht:

- (i) Për çfarëdo numra natyrorë $a \leq b \leq c$ që formojnë varg aritmetik, kemi që numrat $f(a) \leq f(b) \leq f(c)$ formojnë varg gjeometrik;
- (ii) Për çfarëdo numra natyrorë $a \leq b \leq c$ që formojnë varg gjeometrik, kemi që numrat $f(a) \leq f(b) \leq f(c)$ formojnë varg aritmetik.

Shënim. Një varg themi që është *aritmetik* nëse ndryshimi i cilitdo term të vargut me termin paraprak është konstant. Një varg themi që është *gjeometrik* nëse raporti i cilitdo term me termin paraprak është konstant.

5. Për një numër natyror të përbërë n , le të jetë $w(n)$ numri më i madh natyror nga bashkësia $\{1, 2, \dots, n-1\}$ që nuk është relativisht i thjeshtë me n .

- (a) Gjeni të gjithë numrat natyrorë çift që mund të shkruhen si $n + w(n)$ për ndonjë numër natyror të përbërë n .
- (b) Tregoni që për çfarëdo 2026 numra natyrorë të njëpasnjëshëm, të paktën njëri prej tyre është numër tek i tillë që mund të shkruhet si $n + w(n)$ për të paktën dy numra të ndryshëm të përbërë n .

6. Në secilin katror njësi të një tabele me dimensione $n \times n$, Ana vendos një nga numrat $1, 2, \dots, n^2$ në ndonjë renditje, duke përdorur secilin numër saktësisht një herë. Në secilin hap, Beni zgjedh një katror njësi. Ana pastaj ia lexon Benit në ndonjë renditje të rëndomtë të gjithë numrat në rreshtin dhe shtyllën që përmban katrorin e zgjedhur nga Beni, duke lexuar numrin në atë katror vetëm një herë. Sa është numri më i vogël i hapave që i duhen Benit në menyrë që të mund të përcaktojë saktësisht se cili numër është në secilin katror njësi të tabelës?