

Kosovo and Albania
Mathematical Olympiad



OLIMPIADA E SHTATË MATEMATIKE KOSOVË - SHQIPËRI PËR KLASAT VII - IX

28 QERSHOR 2026

KLASA IX

EMRI DHE MBIEMRI: _____

UDHËZIME

1. Koha në dispozicion është **240 minuta**.
2. 8 problemet e pjesës së parë do të jenë vetëm me përgjigje (jo me alternativa dhe nuk kërkohet procesi i zgjidhjeve) dhe secili problem vlerësohet me 5 pikë.
3. Nëse garuesi nuk përgjigjet fare në ndonjërin nga 8 problemet e pjesës së parë ose jep përgjigje të gabuar, atëherë vlerësohet me 0 pikë për problemin përkatës.
4. Për 8 problemet e pjesës së parë nuk ka vlerësim të pjesshëm.
5. Për 4 problemet e pjesës së dytë kërkohet të arsyetohet procesi i zgjidhjeve deri në hollësira dhe secili problem vlerësohet me më së shumti 15 pikë.
6. Për 4 problemet e pjesës së dytë do të ketë vlerësim të pjesshëm sipas skemave të miratuara nga komisioni vlerësues.

PJESA E PARË - KLASA IX

1. Cila shifër nuk mund të jetë asnjëherë shifra e fundit e numrit $a! + b!$ për çfarëdo numra natyrorë a dhe b ?

Shënim: Për çdo numër natyror n , shënojmë $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

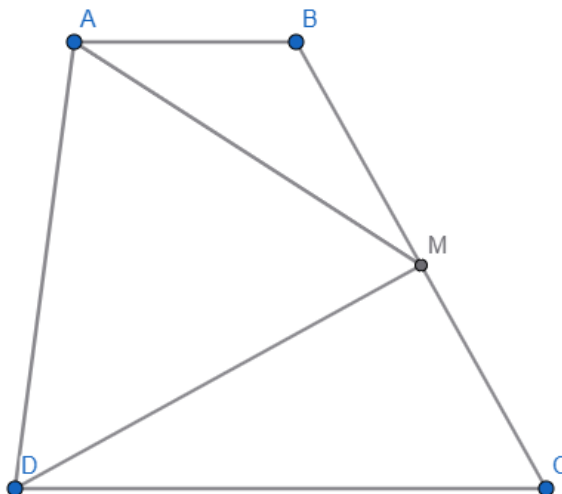
Përgjigjja: _____

2. Të paktën sa katrorë të tabelës me dimensione 5×5 duhet të ngjyrosen në mënyrë që çdo nëntabelë me dimensione 2×2 t'i ketë të paktën tre katrorë të ngjyrosur?

Përgjigjja: _____

3. Kemi trapezin $ABCD$ si në figurë, ku M është mesi i brinjës BC . Jepet se $S_{ABM} = 20 \text{ cm}^2$ dhe $S_{AMD} = 26 \text{ cm}^2$. Gjeni sipërfaqen S_{DMC} .

(Figura shërben për ilustrim. Madhësitë e paraqitura në të nuk janë të sakta.)



Përgjigjja: _____

4. Për të prodhuar 1 litër lëng me vitamina, nevojiten 0.3 litra lëng molle, 0.2 litra lëng portokalli, 0.1 litër lëng pjeshke dhe 0.4 litra lëng karrote.

Artani ka në dispozicion 60 litra lëng molle, 30 litra lëng portokalli, 15 litra lëng pjeshke dhe 65 litra lëng karrote. Sa litra lëng me vitamina mund të prodhojë Artani më së shumti?

Përgjigjja: _____

5. Për sa vlera të numrit natyror $x \leq 2026$, thyesa

$$\frac{x^2 - x}{6}$$

është gjithashtu numër natyror?

Përgjigjja: _____

6. Nëse a, b, c janë numra realë pozitivë, atëherë sa është vlera minimale e shprehjes

$$\frac{(a^3 + 1)(b^3 + 1)(c^3 + 1)}{abc}$$

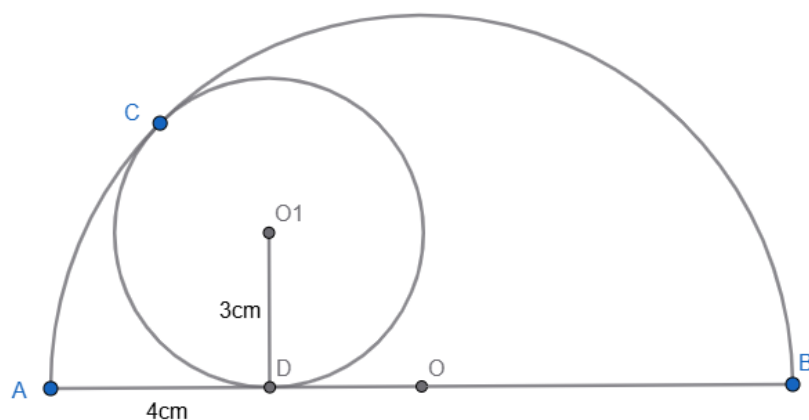
Përgjigjja: _____

7. Sa treshe (a, b, c) të numrave natyrorë, ku të tre numrat janë më të vegjël se 21, janë të tilla që numrat $(a - 1)bc, a(b - 1)c, ab(c - 1)$ janë të gjithë çift ose të gjithë tek.

Përgjigjja: _____

8. Jepet gjysmërrethi me diametër AB . Rrethi me qendër O_1 është tangjent me gjysmërrethin në pikën C dhe tangjent me diametrin AB në pikën D . Nëse $AD = 4\text{cm}$ dhe rrezja e rrethit të vogël është 3cm , sa është gjatësia e rrezes së gjysmërrethit?

(Figura shërben për ilustrim. Madhësitë e paraqitura në të nuk janë të sakta.)



Përgjigjja: _____

PJESA E DYTË - KLASA IX

1. Sa numra natyrorë të njëspasnjëshëm mund të kemi më së shumti, të tillë që secili nga ta mund të shënohet si prodhim i saktësisht dy numrave të thjeshtë?
2. Është dhënë trekëndëshi $\triangle ABC$. Le të jenë D, E pika në brinjën BC , F një pikë në brinjën AC dhe G një pikë në brinjën AB , të tilla që $DEFG$ është katror. Nëse $S_{AGF} = S_{BGD} + S_{CEF}$, gjeni me vërtetim $\frac{S_{AGF}}{S_{BGFC}}$.
3. Gjeni të gjitha treshet e numrave natyrorë (a, b, c) të tilla që të tre numrat

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c}, \quad \frac{b}{a} + \frac{b}{c}, \quad \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$$

janë numra natyrorë.

4. Le të jetë $n \geq 2$ një numër natyror. Në tavolinë janë vendosur numrat

$$1, 2, \dots, n.$$

Dy lojtarë, Albani dhe Besa, luajnë me radhë. Albani fillon i pari. Në çdo lëvizje, lojtari që ka radhën zgjedh një numër ende të pazgjedhur nga tavolina. Loja përfundon kur të gjithë numrat janë zgjedhur.

Në fund, secili lojtar mbledh numrat që ka zgjedhur. Le të jenë S_A dhe S_B përkatësisht shumatat e numrave të zgjedhur nga Albani dhe Besa. Albani fiton nëse S_A është shumëfish i S_B , pra nëse ekziston një numër natyror k i tillë që

$$S_A = kS_B.$$

Në të kundërt, fiton Besa. Gjeni të gjitha vlerat e n për të cilat Albani ka strategji fituese.