

Olimpiada Matematike Komunale 2026

Klasa VII - Zgjidhjet

1. Sa është vlera e shprehjes $2026 + 2026 \div 2026 - 2026$?

(A) -2024 (B) 1 (C) 2 (D) 2026 (E) 2027

Përgjigjja: (B)

Zgjidhje: Kemi $2026 + 2026 \div 2026 - 2026 = 2026 + 1 - 2026 = 1$.

2. Sa mbledhorë duhet t'i kemi në anën e majtë të barazimit në mënyrë që të vlejë

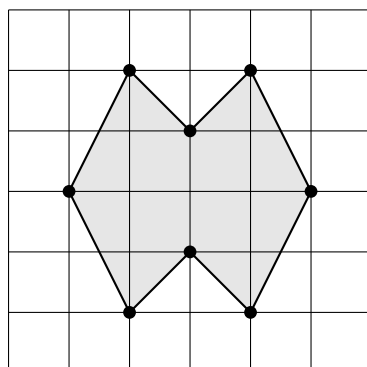
$$\frac{1}{2026} + \frac{1}{2026} + \cdots + \frac{1}{2026} = \frac{1}{2}?$$

(A) 2 (B) 506 (C) 1012 (D) 1013 (E) 2026

Përgjigjja: (D)

Zgjidhje: Për 1013 mbledhorë ana e majtë është $1013 \cdot \frac{1}{2026} = \frac{1013}{2 \cdot 1013} = \frac{1}{2}$.

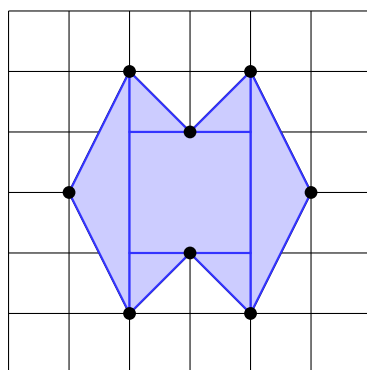
3. Figura e mëposhtme përbëhet prej 36 katrorëve njësi me gjatësi brinje $1cm$. Sa është syprina e pjesës së hijëzuar?



(A) $6cm^2$ (B) $8cm^2$ (C) $10cm^2$ (D) $12cm^2$ (E) $16cm^2$

Përgjigjja: (C)

Zgjidhje: Rezultati arrihet duke e ndarë figurën në trekëndësha dhe katrorë adekuatë, syprina e të cilëve njehësohet lehtë.



4. Në secilin katror të tabelës më poshtë duhet të shënohet një numër natyror, në mënyrë të tillë që numrat fqinjë të mos kenë diferencë më të madhe se 2. Dy numra veçse janë shënuar. Cili është numri më i madh që mund ta vendosim në këtë tabelë?

1							2
---	--	--	--	--	--	--	---

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 13

Përgjigjja: (B)

Zgjidhje: Vërejmë se katrori i katërt nuk mund të ketë vlerë më të madhe se 7 për shkak të numrit 1 në fillim, ndërsa katrori i pestë nuk mund të ketë vlerë më të madhe se 8 për shkak të numrit 2 në fund. Çdo katror tjetër është edhe më i kufizuar se këta dy. Prandaj, vlera maksimale është 8, e cila arrihet me këtë konfiguracion: 1 3 5 7 8 6 4 2.

5. Ana do e formojë një numër katërshifror duke përdorur secilën nga shifrat 1, 2, 3, 4 saktësisht një herë. Ajo dëshiron që numri që formohet të jetë shumëfish i numrit 4. Sa mundësi të ndryshme ka ajo për ta formuar këtë numër?

- (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 24

Përgjigjja: (B)

Zgjidhje: Që numri të jetë shumëfish i numrit 4, duhet që dy shifrat e fundit të formojnë numër që plotpjestohet me 4. Duke pasë parasysh që shifra e fundit patjetër duhet të jetë numër çift (pra 2 ose 4), kemi këto tre mundësi: 12, 32 dhe 24. Për secilin nga këto tre kombinime, dy shifrat e para i kanë dy mundësi të renditjes (për shembull 3412 dhe 4312). Prandaj numri total i kombinimeve është $3 \cdot 2 = 6$.

6. Janë dhënë numrat $a = 2^{11} \cdot 3^9$, $b = 8^4 \cdot 3^9$ dhe $c = 4^5 \cdot 9^5$. Cila është renditja e saktë sipas madhësive?

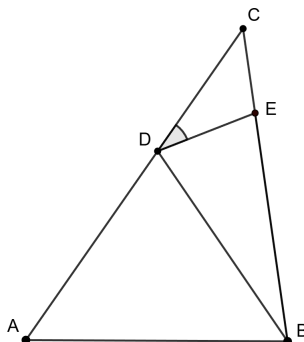
- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $c < a < b$ (E) $c < b < a$

Përgjigjja: (B)

Zgjidhje: I kthejmë të tre numrat sipas fuqive të 2 dhe 3. Kemi $a = 2^{11} \cdot 3^9$, $b = (2^3)^4 \cdot 3^9 = 2^{12} \cdot 3^9$ dhe $c = (2^2)^5 \cdot (3^2)^5 = 2^{10} \cdot 3^{10}$. Vërejmë se të tre numrat e kanë të përbashkët faktorin $k = 2^{10} \cdot 3^9$ dhe kemi $a = 2k$, $c = 3k$ dhe $b = 4k$. Prandaj $a < c < b$.

7. Në trekëndëshin $\triangle ABC$, pikat D dhe E janë të tilla që $AD = BD = BE$. Nëse $\angle BAC = 50^\circ$ dhe $\angle ACB = 40^\circ$, sa është masa e këndit $\angle EDC$?

(Figura shërben për ilustrim. Madhësitë e paraqitura në të nuk janë të sakta.)

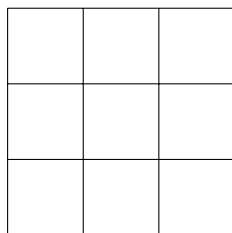


- (A) 30° (B) 35° (C) 40° (D) 45° (E) 50°

Përgjigjja: (A)

Zgjidhje: Trekëndëshi $\triangle ABD$ është barakrahësh, prandaj kemi $\angle ABD = 50^\circ$ dhe $\angle ADB = 80^\circ$. Duke konsideruar këndet e trekëndëshit $\triangle ABC$ kemi $180^\circ = 50^\circ + (50^\circ + \angle DBE) + 40^\circ$ prej nga gjejmë që $\angle DBE = 40^\circ$. Meqë trekëndëshi $\triangle DBE$ është barakrahësh, gjejmë që $\angle BDE = 70^\circ$. Tani nga barazimi $\angle ADB + \angle BDE + \angle EDC = 180^\circ$ konkludojmë që $\angle EDC = 30^\circ$.

8. Secili katror i tabelës me dimensione 3×3 duhet të ngjyroset me një nga tre ngjyrat: kaltër, kuq, verdhë. Ngjyrosja duhet të bëhet në atë mënyrë që në asnjë rresht apo shtyllë të mos ketë përsëritje të një ngjyre. Në sa mënyra të ndryshme mund të bëhet kjo ngjyrosje?



- (A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 12 (E) 18

Përgjigjja: (D)

Zgjidhje: I shënojmë ngjyrat kaltër, kuq, verdhë shkurtimisht me B, R, Y përkatësisht. Së pari e ngjyrosim rreshtin e parë. Kemi tre ngjyra për tre katrorë, prandaj numri i mundësive është 6: $BRY, BYR, RBY, RYB, YBR, YRB$. Pasi të ngjyroset rreshti i parë, shohim se te rreshti i dytë kemi vetëm dy mundësi për ngjyrën B . Pasi ta zgjedhim njëren nga këto dy mundësi, pozita e çdo ngjyre tjetër përcaktohet për shkak të rregullës që rreshti dhe kolona nuk mund të kenë ngjyra të përsëritura. Pra kishim 6 mundësi në fillim dhe 2 mundësi më pas, që do të thotë se numri total i ngjyrosjeve është $6 \cdot 2 = 12$.

9. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i saktë për çdo numër real x të tillë që $-1 < x < 2$?

(A) $-1 < \frac{x}{2} < 2$ (B) $-5 < 2x < 5$ (C) $x < 3$ (D) $-1 < \frac{2x-1}{3} < 1$ (E) $1 < x^2 < 4$

Përgjigjja: (E)

Zgjidhje: Jobarazimi nën (E) nuk është i saktë për çdo numër x mes -1 dhe 2 . Për shembull, për $x = 0$ kemi $x^2 < 1$.

10. Lepuri dhe breshka po vrapojnë rreth një piste rrethore me gjatësi $1km$. Ata nisen nga i njëjti vend dhe në të njëjtin drejtim. Lepuri vrapon pesë herë më shpejt se breshka. Sa metra rrugë do t'i ketë kaluar breshka deri në momentin kur lepur i zë atë përsëri pasi ai ta ketë përfunduar një rrotullim të plotë?

(A) $200m$ (B) $225m$ (C) $250m$ (D) $275m$ (E) $300m$

Përgjigjja: (C)

Zgjidhje: Supozojmë që breshka ka kaluar x metra deri në atë moment. Kjo do të thotë që lepur i ka kaluar $1000 + x$ metra. Meqë lepur i vrapon pesë herë më shpejtë, atëherë kemi

$$\frac{1000 + x}{5} = x.$$

Nga kjo fitojmë $1000 + x = 5x$ dhe tutje $1000 = 4x$, që do të thotë se $x = 250$.