



Shoqata e Matematikanëve të Kosovës
Kosovar Mathematical Society

OLIMPIADA MATEMATIKE E KOSOVËS 2026

KLASA XII

18 JANAR 2026

1. Janë dhënë k letra me numrat $1, 2, \dots, k$. Ana dhe Beni luajnë një lojë me radhë, ku Ana fillon e para. Në çdo lëvizje, lojtari që luan e largon një nga letrat e dhëna. Loja përfundon kur mbesin vetëm dy letra. Beni e fiton lojën nëse shuma e të gjitha letrave që janë larguar plotpjesëtohet me k , përndryshe lojën e fiton Ana. Cili lojtar ka strategji fituese nëse:

(a) $k = 20$?

(b) $k = 26$?

2. Gjeni të gjithë numrat natyrorë $n > 1$ me vetinë vijuese: për çfarëdo pjesëtues pozitivë $a < n$ dhe $b < n$ të numrit n (jo-domosdoshmërisht të ndryshëm) të tillë që $\frac{a+b}{2}$ është numër natyror, atëherë $\frac{a+b}{2}$ është gjithashtu pjesëtues i numrit n .

3. Le të jetë $\mathbb{R}^+$ bashkësia e numrave realë pozitivë. Gjeni të gjitha funksionet $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ të tillë që për çdo $x, y \in \mathbb{R}^+$ vlen

$$f(f(x^2y) + xf(y)^2) = xyf(x + f(y)).$$

4. Le të jetë $\triangle ABC$ trekëndësh me qendër të rëndesës G . Një drejtëz që kalon nëpër G pret brinjët AB dhe AC në pikat M dhe N , përkatësisht. Le të jenë M' dhe N' reflektimet e pikave M dhe N ndaj meseve të brinjëve AB dhe AC , përkatësisht. Le të jetë p drejtëza që kalon nëpër B dhe është paralele me MN' dhe le të jetë q drejtëza që kalon nëpër C dhe është paralele me NM' . Tregoni që drejtëzat p dhe q priten në drejtëzën MN .